第1回 東京都立高校入試 予想模試

数学　/　100点満点　/　制限時間 50分　/　全19問

受験番号 ＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿　得点　　　／100

この模試は出題傾向を研究して独自に作成したオリジナル予想問題です。実際の過去問の転載ではありません。

大問1　小問集合（46点）

次の各問に答えなさい。

〔問1〕 5点

次の計算をしなさい。

$-3^2 + 12 \div (-4)$

〔問2〕 5点

次の計算をしなさい。

$5(a - 2b) - 3(2a - b)$

〔問3〕 5点

次の計算をしなさい。

$\sqrt{48} - \frac{6}{\sqrt{3}}$

〔問4〕 5点

次の方程式を解きなさい。

$4x - 7 = x + 8$

〔問5〕 5点

次の連立方程式を解きなさい。

$2x + y = 8$

$x - y = 1$

〔問6〕

5点

次の二次方程式を解きなさい。

$x^2 - 5x + 3 = 0$

〔問7〕

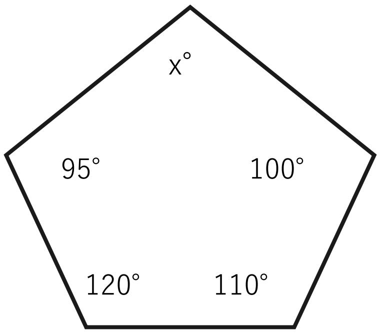
5点

1、2、3、4、5 の数字を1つずつ書いた5枚のカードがある。この中から同時に2枚を取り出すとき、取り出した2枚のカードに書かれた数の和が奇数になる確率を求めなさい。

〔問8〕

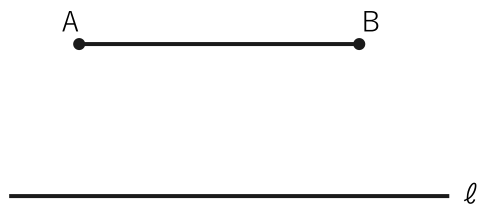
5点

下の図の五角形で、∠x の大きさは何度か求めなさい。



〔**問9**〕 6点

下の図のように、線分ABと直線 ℓ がある。2点A、Bから等しい距離にあり、かつ直線 ℓ 上にある点Pを、定規とコンパスを用いて作図しなさい。（作図に用いた線は残しておくこと）



大問2　式による説明（12点）

連続する3つの整数について考える。次の各問に答えなさい。

〔**問1**〕 5点

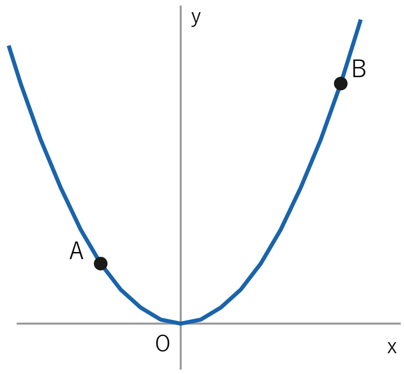
連続する3つの整数が 4、5、6 のとき、「もっとも小さい数ともっとも大きい数の積に1を加えた数」を求めなさい。

〔**問2**〕 7点

連続する3つの整数で、「もっとも小さい数ともっとも大きい数の積に1を加えた数」は、真ん中の数の2乗に等しくなる。このことを、真ん中の数を n として文字式を使って説明しなさい。

大問3　関数（15点）

右の図で、点Oは原点、曲線は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフである。2点A、Bはこの曲線上にあり、点Aの x 座標は −2、点Bの x 座標は 4 である。次の各問に答えなさい。



〔問1〕 5点

2点A、Bを通る直線の式を求めなさい。

〔問2〕 5点

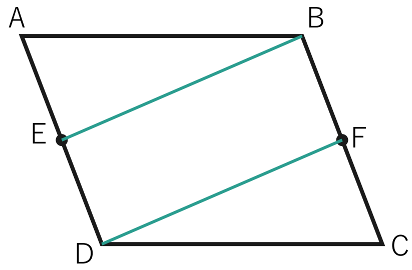
△OAB の面積を求めなさい。

〔問3〕 5点

y 軸上に、原点Oとは異なる点Pをとる。△PAB の面積が △OAB の面積と等しくなるとき、点Pの座標を求めなさい。

大問4　平面図形（17点）

右の図で、四角形ABCDは平行四辺形である。辺AD上に点E、辺BC上に点Fを、AE = CF となるようにとる。次の各問に答えなさい。



〔問1〕 5点

∠BAD = a°　とするとき、∠ABC の大きさを a を用いて表しなさい。

〔問2〕 7点

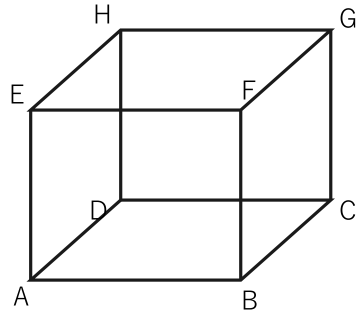
線分BEと線分DFを引く。このとき BE = DF であることを証明しなさい。

〔問3〕 5点

四角形EBFD が平行四辺形であることを証明しなさい。

大問5　空間図形（10点）

右の図は、1辺の長さが 6 cm の立方体ABCD－EFGHである。次の各問に答えなさい。



〔問1〕 5点

対角線AGの長さを求めなさい。

〔問2〕 5点

三角錐 B－AFC の体積は何 cm^3 か求めなさい。

解答・解説

大問1　小問集合

〔問1〕 答：-12（5点）

累乗が先。$-3^2 = -9$、$12 \div (-4) = -3$。よって $-9 + (-3) = \mathbf{-12}$。（-3^2 を 9 と誤らないこと）

〔問2〕 答：-a - 7b（5点）

$5a - 10b - 6a + 3b = \mathbf{-a - 7b}$。分配のとき符号に注意。

〔問3〕 答：$2\sqrt{3}$（5点）

$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$、$6/\sqrt{3} = 6\sqrt{3}/3 = 2\sqrt{3}$。よって $4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \mathbf{2\sqrt{3}}$。有理化で差がつく典型。

〔問4〕 答：x=5（5点）

$3x = 15$、よって $\mathbf{x = 5}$。

〔問5〕 答：x=3, y=2（5点）

2式を加えて $3x = 9$、$x = 3$。$x - y = 1$ より $y = 2$。$\mathbf{x = 3}$**、**$\mathbf{y = 2}$。

〔問6〕 答：$x = \dfrac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$（5点）

因数分解できないので解の公式。$x = (5 \pm \sqrt{(25 - 12)}) / 2 = \mathbf{(5 \pm \sqrt{13}) / 2}$。

〔問7〕 答：$\dfrac{3}{5}$（5点）

2枚の取り出し方は 5C2 = 10 通り。和が奇数になるのは（奇数）＋（偶数）のとき。奇数カード{1,3,5}=3枚、偶数カード{2,4}=2枚から1枚ずつで $3 \times 2 = 6$ 通り。よって $6/10 = \mathbf{3/5}$。

〔問8〕 答：115（5点）

五角形の内角の和は $180° \times (5 - 2) = 540°$。$x = 540 - (100 + 110 + 120 + 95) = 540 - 425 = \mathbf{115}$（度）。

〔問9〕 答：線分ABの垂直二等分線を作図し、直線 ℓ との交点を P とする。（6点）

「2点A、Bから等しい距離にある点の集まり」は線分ABの垂直二等分線。A、Bを中心に等しい半径の弧をかいて2つの交点を結び、垂直二等分線を引く。それと ℓ の交点が P。

大問2　式による説明

〔問1〕 答：25（5点）

$4 \times 6 + 1 = 25$。（これは真ん中の数 5 の 2 乗 25 に等しい）

〔問2〕 答：真ん中の数を n とすると、連続する3つの整数は $n-1$、n、$n+1$ と表せる。もっとも小さい数ともっとも大きい数の積に1を加えると $(n-1)(n+1) + 1 = n^2 - 1 + 1 = n^2$。よって真ん中の数 n の2乗に等しい。（7点）

連続3整数を n を中心に $n-1, n, n+1$ と置くのがカギ。$(n-1)(n+1) = n^2 - 1$ に $+1$ で n^2 に戻る。

大問3　関数

〔問1〕 答：y=x+4（5点）

A(−2, 2)、B(4, 8)。傾き ＝ (8 − 2) / (4 − (−2)) = 6/6 = 1。y = x + b に A を代入して 2 = −2 + b、b = 4。よって **y = x + 4**。

〔問2〕 答：12（5点）

直線ABと y 軸の交点を C とすると C(0, 4)。△OAB = △OAC + △OBC = $\frac{1}{2}$ × 4 × 2 + $\frac{1}{2}$ × 4 × 4 = 4 + 8 = **12**。

〔問3〕 答：P(0, 8)（5点）

△OAB と △PAB は底辺ABが共通。面積が等しい ⇔ O と P が直線ABから等しい距離にある。直線ABと y 軸の交点は C(0, 4) で、Oはそこから 4 下。反対側に同じだけ離れた点は (0, 8)。よって **P(0, 8)**。

大問4　平面図形

〔問1〕 答：(180 - a)°　（5点）

平行四辺形のとなり合う角の和は 180°　（AD ∥ BC の同側内角）。よって ∠ABC = **(180 − a)°**　。

〔問2〕 答：△ABE と △CDF において、平行四辺形の対辺は等しいので AB = CD …①　平行四辺形の対角は等しいので ∠BAE = ∠DCF …②　仮定より AE = CF …③　①②③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので △ABE ≡ △CDF。合同な図形の対応する辺は等しいので BE = DF。（7点）

対辺 AB = CD、対角 ∠A = ∠C、仮定 AE = CF の「2辺とその間の角」で合同を示す。

〔問3〕 答：AD ∥ BC より ED ∥ BF …①（EはAD上、FはBC上）。また AD = BC（対辺）で AE = CF（仮定）だから ED = AD − AE = BC − CF = BF、すなわち ED = BF …②。①②より1組の対辺が平行でその長さが等しいので、四角形EBFDは平行四辺形である。（5点）

ED と BF が「平行かつ等しい」ことを示す。長さは対辺の差 AD − AE = BC − CF から等しいと分かる。

大問5　空間図形

〔問1〕 答：$6\sqrt{3}$ cm（5点）

$AG^2 = AE^2 + EG^2$、EG は面EFGHの対角線で $EG^2 = 6^2 + 6^2$。よって $AG^2 = 6^2 + 6^2 + 6^2 = 108$、AG = **$6\sqrt{3}$**（cm）。

〔問2〕 答：36（5点）

頂点Bに集まる3辺 BA、BF、BC は互いに垂直で、それぞれ長さ 6 cm。BAとBCで作る直角三角形ABC（面積 $\frac{1}{2}$ × 6 × 6 = 18）を底面、BFを高さ 6 とみると、体積 = $\frac{1}{3}$ × 18 × 6 = **36**（cm^3）。